

## ALGORITHMIQUE AVANCEE TD N°4

**Objectif du TD:** Encore des graphes et les notions de vulnérabilité dans un contexte opérationnel.

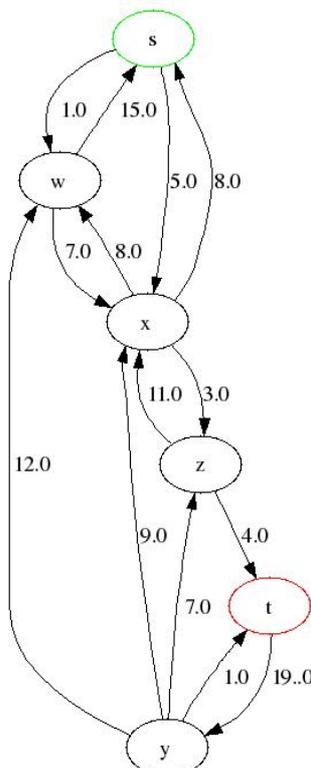
### ENONCE :

Ici, nous allons nous intéresser aux graphes en tant que réseaux de distribution. Dans ce contexte (proche des flots), un point important est celui de la vulnérabilité du réseau. En particulier, il est souvent primordial de savoir comment des modifications du réseau (du graphe) peuvent empêcher tout chemin entre ces deux points.

Les exemples opérationnels ne manquent pas : Dans le cas de Travaux Publics : des travaux sur une route peuvent conduire à la suppression d'un arc. Des travaux sur un croisement peuvent conduire à la suppression d'un sommet). Vous retrouverez les mêmes problématiques dans les domaines logistiques (s'assurer qu'une panne d'un transporteur n'annule pas toute distribution), militaire (vous voulez vous prémunir d'une attaque contre votre réseau de communications ou planifier une attaque)....

### **Exercice 1 : Détection de sommets critiques.**

Donnons nous deux sommets dont on veut garantir la jonction (départ et arrivée). Un sommet est dit (par moi...) critique si l'on passe nécessairement par lui lors de n'importe quel chemin allant du sommet départ au sommet arrivée. (Les sommets départ et arrivées ne sont pas critiques...)



- Trouver (s'ils existent) les sommets critiques du graphe suivant pour : départ = s, arrivée = t
- Proposer un algorithme permettant de savoir si un sommet est critique.
- Proposer un algorithme permettant de connaître l'ensemble des sommets critiques.
- Dans le cas de Flots, comment définissez vous l'importance d'un sommet ? Proposer un algorithme permettant de mesurer cette importance.
- J'appellerais sommet ultra-critique d'un graphe un sommet qui est critique pour tous les points de départs et tous les points d'arrivée possibles (sauf lui même...). Ceci n'a de sens que si le graphe de départ est fortement connexe. Proposer un algorithme permettant de savoir si il existe des sommets ultra critiques, et si oui, de connaître l'ensemble de ces sommets. Quelle est la complexité réelle de votre algorithme ?

## Exercice 2 : Détection d'arcs critiques.

La définition d'arcs critiques est très proche de celle des sommets critiques : Donnons nous deux sommets dont on veut garantir la jonction (départ et arrivée). Un arc est dit (par moi...) critique si l'on passe nécessairement par lui lors de n'importe quel chemin allant du sommet départ au sommet arrivée.

- Trouver (s'ils existent) les arcs critiques du graphe précédent pour : départ = s, arrivée = t
- Proposer un algorithme permettant de savoir si un arc est critique.
- Proposer un algorithme permettant de connaître l'ensemble des arcs critiques.
- Dans le cas de Flots, comment définissez vous l'importance d'un arc ? Proposer un algorithme permettant de mesurer cette importance.
- J'appellerais arc ultra-critique d'un graphe un arc qui est critique pour tous les points de départs et tous les points d'arrivée possibles. Ceci n'a de sens que si le graphe de départ est fortement connexe. Proposer un algorithme permettant de savoir si il existe des arcs ultra critiques, et si oui, de connaître l'ensemble de ces arcs.