

**ALGORITHMIQUE AVANCEE**  
**TD N°3**

**Objectif du TD:** Continuer à se familiariser avec les graphes utilisés en recherche opérationnelle et les algorithmes associés. Ici, les méthodes MPM, les composantes fortement connexes et les articulations.

**ENONCE :**

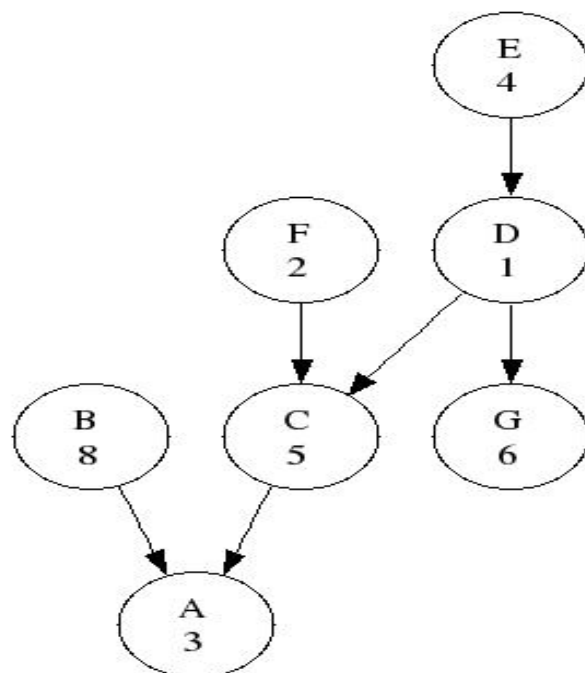
**Exercice 1 : Ordonnancement**

Rappels sur la gestion de projets : Vous avez à coordonner un projet comprenant des tâches et des équipes d'ouvriers polyvalents. L'objectif va être de définir le temps total du projet et de reconnaître les tâches les plus critiques du projets (celles dont le retard se répercutera forcément sur le projet). Nous (vous...) allons définir des algorithmes pour effectuer tout cela automatiquement.

Par exemple : Voici l'ensemble des tâches à effectuer pour finir un projet.

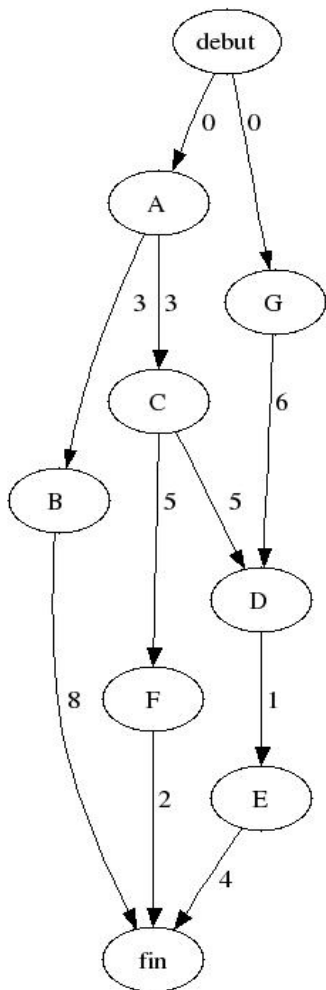
A gauche : le tableau des tâches, a droite, un graphe équivalent au tableau

<i>Taches</i>	<i>durée (jours)</i>	<i>Taches antérieures</i>
A	3	Rien
B	8	A
C	5	A
D	1	G, C
E	4	D
F	2	C
G	6	Rien



Montrez que ce graphe doit être acyclique !

L'objectif dans un premier temps est de construire le graphe suivant : Une flèche entre un sommet X et Y signifie qu'il faut faire X avant Y. la longueur de l'arête est la durée de la tâche X.



- Définir un algorithme permettant de construire ce graphe à partir du graphe précédent.
- Quelle est la date de début au plus tôt de D ? En langage de graphes, comment définissez vous la date de début au plus tôt d'une tâche ?
- Trouver un algorithme permettant de calculer cette date pour chaque sommet du graphe.

Vous pouvez donc trouver la date limite d'exécution du projet (c'est la date de début au plus tôt du sommet fin).

On définit ensuite la date de début au plus tard d'une tâche comme la date au delà de laquelle la fin du projet va être retardée.

- Quelle est la date de début au plus tard de C ? Comment définissez vous (en langage de graphes cette date de début au plus tard ?
- Trouver un algorithme permettant de trouver cette date de début au plus tard pour chaque sommet du graphe.

Comment repérer les tâches critiques : celle dont le retard retardera forcément le projet ?

### Exercice 2 : Composantes connexes d'un graphe non orienté.

Vous devez positionner des lignes téléphoniques sur une carte entre différents points en étant certain que l'on peut téléphoner de chaque point à chaque autre.

- Trouver un algorithme permettant de vérifier si la propriété désirée est vraie pour un ensemble de routes données. (le graphe est alors dit connexe)
- Trouver un algorithme permettant de rajouter les lignes nécessaires. (*reliez les composantes connexes*)

### Exercice 3 : Composantes fortement connexes d'un graphe orienté.

Vous devez positionner des routes sur une carte entre différents points (Sim City ?). Certaines routes peuvent être en sens unique. Vous voulez être certain que l'on peut aller de chaque point en chaque autre.

- L'algorithme de l'exercice 2 permet-il de vérifier cette propriété ?
- Trouver un algorithme permettant de vérifier si la propriété désirée est vraie pour un ensemble de routes données. Si oui, le graphe est dit fortement connexe.
- Trouver un algorithme permettant de rajouter les routes nécessaires. (*trouvez les composantes fortement connexes du graphe*)